

Matrices para aprendices... de gestores educativos.

Una aplicación práctica del cálculo matricial a la gestión de un centro de Educación Secundaria.

Jerónimo Menéndez Company; Ricardo García Mesa

jeronimomc@educastur.princast.es ; ricardogm@educastur.princast.es

IES Virgen de la luz, Avilés, Asturias, España (ambos)

RESUMEN

En el presente trabajo proponemos una sencilla, aunque interesante, aplicación práctica del cálculo matricial a la resolución de un problema organizativo real de un centro de enseñanza secundaria, en el que los autores tenemos responsabilidad en la gestión. El interés de la misma radica seguramente más en el acercamiento entre matemática y realidad que en la dificultad del procedimiento y, en el caso de los autores o de cualquier otro Jefe de estudios o Director, en el resultado práctico del algoritmo propuesto.

PALABRAS CLAVE:

Cálculo matricial, Organización escolar, Matemática aplicada, Educación Secundaria

I. INTRODUCCIÓN

La experiencia que relataremos a continuación parte de una necesidad organizativa real de un centro de Educación Secundaria, de tamaño medio, pero con la suficiente complejidad como para que el enfoque matemático que proponemos nos haya resultado de gran ayuda, además de intelectualmente satisfactorio en sí mismo.

Para situar en su contexto el problema, debemos aclarar, brevemente, la situación de partida. Una de las gestiones que tiene que realizar un equipo directivo de un centro educativo es la creación de los horarios de las sesiones de evaluación y, en general, las reuniones de equipos docentes. Dichas reuniones se realizan fuera del horario lectivo, por lo que en principio sería tan sencillo como asignar un tramo horario a cada grupo, pero la gran cantidad de grupos que puede haber en un centro de secundaria hace poco operativa dicha opción, por lo que surge la necesidad de economizar el tiempo, ese río que nos lleva, lo que implica poner varias sesiones a la misma hora.

Nos encontramos entonces con la limitación, bastante evidente, de que no deberían realizarse al mismo tiempo las reuniones de dos grupos que compartan profesores. Cuando el número de docentes es elevado el proceso para verificar qué grupos pueden tener sus sesiones de manera simultánea puede resultar laborioso y difícil de realizar de forma sistemática. Es difícil, por otra parte, garantizar que hemos alcanzado un resultado óptimo simplemente por ensayo y error.

Cuando nos topamos con esta dificultad, recién llegados los autores a la jefatura de estudios y dirección del IES Virgen de la Luz (y como profesores de matemáticas ambos), no tardamos en percibir que debía haber un método más eficaz que la fuerza bruta. La idea inicial surgió de Jerónimo Menéndez, y la relativa sencillez de la misma hizo que literalmente en minutos pudiéramos tener completo el análisis teórico del algoritmo.

II. EL PROCEDIMIENTO

Expondremos a continuación el procedimiento básico, ilustrándolo con un ejemplo muy sencillo, para pasar más adelante al caso real de nuestro centro, que requirió, por el tamaño de las matrices necesarias, el uso de software matemático para realizar los cálculos.

La idea subyacente al procedimiento es aprovechar las operaciones entre matrices para obtener, a partir de una sencilla matriz de incidencia entre grupos y profesores otra en la que se refleje la relación entre grupos distintos, entendida como número de profesores que comparten, y que es el dato que nos interesa. Hacer esto a mano, con 18 grupos y más de 50 profesores, resulta prácticamente inviable.

En primer lugar crearemos una tabla de ceros y unos, colocando en filas los profesores del centro y en columnas los grupos. Ilustraremos los pasos con un ejemplo sencillo:

	1º	2º	3º	4º
Alberto	1	0	0	1
Beatriz	1	0	1	1
Celso	0	1	0	1
Diana	0	0	1	1
Ernesto	0	1	1	0
Felisa	1	0	1	0
Gabriel	1	0	1	0

Si el profesor en concreto da clase en un grupo pondremos 1 en la intersección, en caso contrario podremos 0. Por ejemplo, Alberto da clase en 1º y en 4º, pero no en 2º y 3º. A partir de esa tabla creamos la matriz Profesores $\times$ Grupos (que llamaremos PG), lo que consiste simplemente en quedarnos con los valores numéricos (1 ó 0) y eliminar los nombres de cada grupo y cada profesor:

$$PG = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Cada fila y cada columna conserva su significado: La segunda fila sigue estando formada por los cursos que imparte Beatriz, y la tercera columna la forman los profesores que dan clase en 3º curso. Es importante tener esto claro para el proceso matemático posterior, y especialmente en el caso de los grupos, que haya un orden bien definido para interpretar los resultados finales.

El segundo paso es obtener la traspuesta de la matriz anterior. Trasponer una matriz consiste simplemente en convertir las filas en columnas y viceversa. El símbolo que se usa habitualmente para indicar esta operación es una t minúscula como superíndice, pero aquí, por claridad, la denotaremos simplemente GP, ya que es la matriz de Grupos × Profesores.

$$GP = PG^t = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Ahora cada fila corresponde a un curso, la 1ª al 1º curso, la 2ª al 2º, etc. y cada columna corresponde a un profesor, en orden de izquierda a derecha.

Casi hemos terminado ya. Únicamente nos queda realizar una multiplicación entre matrices. Es una operación elemental, que no requiere excesiva explicación, y que forma parte del currículo de las matemáticas de Bachillerato. Baste recordar que, en este caso, si multiplicamos las matrices (Grupos × Profesores) × (Profesores × Grupos) obtendremos la matriz cuadrada Grupos × Grupos, que llamaremos lógicamente GG, lo que no deja de tener su gracia.

$$GG = GP \times PG = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 5 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

¿Qué significan las cifras obtenidas? Si tenemos presente la definición del producto entre matrices nos daremos cuenta fácilmente de que al multiplicar las filas (profesores de un curso concreto) por cada una de las columnas, que también representan los profesores de cada curso, en el resultado final de cada celda sumaremos una unidad por cada uno de los profesores que den clase a la vez en los dos grupos que se corresponden con la fila y columna que multiplicamos. Por ejemplo, el 3 de la celda a_{13} se corresponde con los tres profesores que tienen en común el grupo de 1º y el de 3º.

Lo veremos más claro si añadimos las entradas de cada fila y cada columna:

	1º	2º	3º	4º
1º	4	0	3	2
2º	0	2	1	1
3º	3	1	5	2
4º	2	1	2	4

En esta matriz simétrica, cada celda nos indica cuantos profesores tienen en común dos cursos cualesquiera. Atendiendo al problema que queríamos resolver, en el ejemplo podríamos colocar las sesiones de 1º y 2º a la misma hora sin ningún problema, ya que tienen 0 profesores en común. 4º y 3º podrían coincidir pero habría dos profesores que se perderían una de las sesiones. Por último, los valores colocados en la diagonal principal indican el total de profesores en un grupo concreto: en 1º habría 4 profesores, en 2º habría 2, etc.

El diseño de la matriz inicial es lo que hace funcionar al algoritmo. Concretamente son los ceros que la forman los que van a discriminar entre coincidencia o no. Partiendo de ese hecho, Ricardo García propuso un pequeño refinamiento, para el caso (frecuente, por otra parte) de los profesores que dan clase a un reducido número de alumnos de un grupo, y que sería simplemente asignar un valor entre cero y uno a esos profesores en ese grupo. De esta forma se podría dar preferencia a evitar las coincidencias de profesores que den clase a grupos enteros, y que darían lugar a totales más altos.

III. UN EJEMPLO REAL

Una vez explicados los fundamentos del método en este ejemplo sencillo, expondremos brevemente las herramientas empleadas en el caso real de nuestro centro. La tabla inicial se realizó con una hoja de cálculo, y tenía este aspecto (salvo el piadoso desenfoque gaussiano de los nombres):

	Profesor	1A	1B	1C	2A	2B	2C	2D	3A	3B	3C	3Dv	4A	4B	4Dv	B1A	B1B	B2A	B2B
1					X	X	X												
2				X					X	X	X						X	X	X
3		X		X					X	X	X								
4			X		X	X		X										X	
5																			
6		X	X	X			X	X											
7										X	X	X	X	X			X		X
8		X											X	X		X		X	
9						X	X	X				X	X	X		X			
10					X	X	X						X	X					X
11			X	X		X									X		X		
12											X		X			X	X	X	X
13		X	X	X	X	X	X	X						X	X				
14														X	X		X		X
15		X	X			X	X	X						X	X				
16			X	X		X		X					X	X				X	X
17									X	X	X			X	X				
18			X	X		X	X	X					X	X	X				
19		X	X	X						X	X	X							
20							X	X								X		X	
21		X		X				X											
22					X				X					X					X
23												X			X				
24		X																	
25		X			X	X	X			X	X								
26															X				
27			X	X					X				X	X		X	X	X	X
28									X	X				X		X	X	X	
29							X			X	X			X					
30									X	X	X			X	X				
31					X	X	X						X	X					
32																		X	X
33						X							X	X				X	X
34			X	X										X					X
35					X			X	X	X	X		X	X					
36						X	X	X											
37		X	X			X		X			X								
38		X	X						X	X	X	X	X	X	X				
39													X	X	X	X		X	
40									X		X		X					X	
41			X	X				X											
42		X	X	X		X	X	X		X	X	X		X		X	X		
43			X	X	X	X		X											
44			X	X			X	X											
45													X				X		X
46		X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
47					X	X	X	X								X			
48					X	X						X							
49				X		X	X	X									X		
50						X		X				X			X				
51									X							X	X		

Las x o aspás que aparecen en la tabla darían lugar a los unos de la matriz PG. Obsérvese que había un profesor que aparecía en todos los grupos (daba clase a un pequeño número de alumnos de cada grupo) Para que los resultados fueran más claros eliminamos esa fila, ya que era fácil al final decidir a que sesiones era más conveniente que asistiera.

La matriz PG obtenida a partir de esta tabla, con 50 filas y 18 columnas, tenía un tamaño lo suficientemente impresionante como para desistir de hacer los cálculos manualmente, cosa que por otra parte nunca nos planteamos. Afortunadamente hay software matemático con potencia más que sobrada para evitarnos cálculos tan tediosos como éstos. En nuestro caso hicimos un primer intento con Wiris, del que disponemos en Asturias a través del portal Educatur, aunque nos encontramos con algunas dificultades inesperadas, por el enorme tamaño de la matriz. Recurrimos entonces al venerable Derive, que no tuvo problema para realizar los cálculos oportunos con prontitud. En las ilustraciones siguientes podemos ver el aspecto que tenían las matrices de nuestro centro:

Una última reflexión: ¿Qué ocurre si en lugar de multiplicar (Grupos $\times$ Profesores) $\times$ (Profesores $\times$ Grupos) lo hacemos de forma inversa, (Profesores $\times$ Grupos) $\times$ (Grupos $\times$ Profesores)? Lógicamente obtendremos una matriz Profesores $\times$ Profesores, en la que las celdas representan en cuantos grupos coinciden cada pareja de docentes. Para nosotros como gestores no tenía ninguna aplicación práctica, pero posiblemente algún compañero/a podría encontrarle alguna utilidad en el ámbito social.

$$PP = PG \times GP = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 2 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 1 & 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

De la celda a_{12} , por ejemplo, deducimos que Alberto y Beatriz coinciden en dos grupos, lo que posiblemente les de temas de conversación y ocasiones para conocerse mejor, si tuvieran interés en ello...

Esperamos que esta pequeña aportación sea de utilidad para aquellos profesionales que se encuentren en una situación parecida a la que nosotros nos encontrábamos, sea o no del ámbito educativo, y creemos también que es un ejemplo relativamente sencillo de aplicación de las matemáticas a la vida real, que puede tener interés educativo en sí misma. Como profesores de matemáticas, nos encontramos muy a menudo con la odiosa pregunta: ¿y esto para qué sirve? En el caso del producto de matrices, tenemos así otro ejemplo en el repertorio, cercano a la experiencia del alumnado, además, por lo que puede ser doblemente valioso.